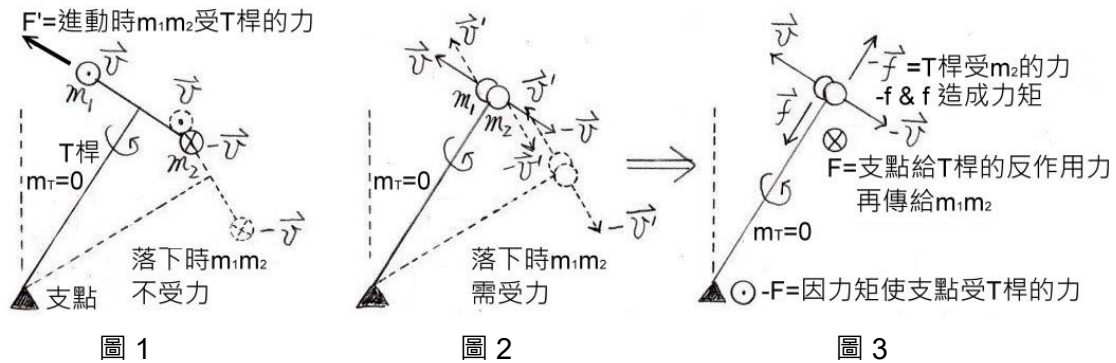


用直覺理解：螺陀為何會出現水平的進動與上下的點頭？

角動量與力矩的理論可簡單地用數學推導出陀螺的行為，但直覺上（用最基礎的牛頓力學）要如何理解進動 precession 與點頭 nutation？

進動力如何產生？把陀螺想像成由許多對稱分立在轉軸兩側的“質點對”組成，每對質點固定在無質量的 **T 型桿** 上，桿的底端固定在無摩擦的支點上可作三維的自由翻滾旋轉。T 桿對 m_1, m_2 的作用力代表陀螺其它質量對 m_1, m_2 的作用力的總和。



先考慮如圖 1 與 2 的狀況：

圖 1. 二質點都正在紙面上（稱 yz 平面），速度則是一出紙面、另一進紙面，圖中實線表目前的狀況，而虛線則表示向下倒後的狀況。此時 m_1, m_2 的動量都垂直於 yz 平面，轉軸下降時，動量仍不變， m_1, m_2 不需受力，也無反作用力在 T 桿上。

圖 2. m_1, m_2 分別在紙的後面與前面，速度都平行於紙面即 yz 平面，但方向相反。轉軸下降時動量發生了平行於轉軸的改變，這表示需有平行於轉軸、在紙面的前後兩側、方向相反的力 f & $-f$ ，如圖 3，而 m_1, m_2 則有作用在 T 桿的反作用力。此反作用力對 pair 造成相對於支點的力矩，而使 T 桿對支點產生一個出紙面的力，而其反作用力則為支點對 T 桿的力，而因 T 桿無質量，即作用在 m_1, m_2 的質心的水平進動力。

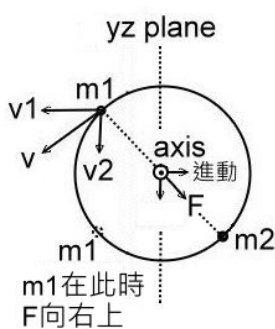


圖 4

再考慮介於圖 1 與 2 之間的狀況，即圖 4，圖中轉軸 axis 出紙面， yz 平面以虛線表示：

此時 m_1, m_2 的速度可分解成垂直於 yz 平面的 v_1 （類似圖 1）& 平行於 yz 平面的 v_2 （類似圖 2）。當轉軸下降，即 $\vec{v}_2$ 的速度掉下時**需有進紙面的加速度**，即 m_1, m_2 需受到平行於轉軸、互相抵消的力對，此力對的反作用力作用在 T 桿上，造成 T 桿對支點的作用力 $-F$ ，此力的反作用力即對 m_1, m_2 的力 F 。力 F 的 **x-分量即進動力**（另分量上、下半部抵消）。當陀螺達到穩定，轉軸不再下降時，進動力消失，**質心維持等速率**

圓周運動。

但轉軸持續向右進動，此時換成 $\vec{v}_1$ **需有出紙面的加速**，即 m_1, m_2 需受到垂直紙面但互相抵消的力對，其反作用力造成 T 桿對支點的作用力 $-F'$ 與支點的反作用力 F' （與圖 4 中 F 方向相反）， F' 即作用在 m_1, m_2 的力，其 x-分量左右兩部互相抵消，另一分量則**上半部大於下半部**（因進動半徑 r 上半部小於下半部，而**加速度是 v_1^2/r** ），得圖 1 中的 F' ，而產生力矩抵抗重力使陀螺不再下降。達到穩定前，**重力與 F' 的力矩互相拉鋸而造成點頭。**